आँकड़ों का प्रबंधन

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» आँकड़े (Data) क्या हैं?

प्रश्न 1 (आसान). तुम्हारी कक्षा में कितने छात्र अनुपस्थित हैं, यह जानने के लिए तुम कौन से आँकड़े इकट्ठा करोगे?
उत्तर – अनुपस्थित छात्रों के नाम।

प्रश्न 2 (आसान). जब एक दुकानदार अपनी बिक्री का हिसाब रखता है, तो वह क्या इकट्ठा कर रहा होता है?
उत्तर – बिक्री के आँकड़े (किस चीज़ की कितनी बिक्री हुई)।

प्रश्न 3 (मध्यम). तुम्हारे गाँव में पिछले 5 सालों में हुई बारिश की मात्रा को आँकड़े क्यों कहा जाएगा?
उत्तर – क्योंकि यह जानकारी किसी खास उद्देश्य (जैसे जलवायु का अध्ययन) के लिए इकट्ठा की गई है।

प्रश्न 4 (कठिन). सिर्फ संख्याओं को ही आँकड़े कहते हैं या किसी और तरह की जानकारी को भी? एक उदाहरण दो।
उत्तर – नहीं, सिर्फ संख्याएँ ही नहीं। जैसे, तुम्हारी कक्षा में सबसे ऊँचा कौन है, सबसे छोटा कौन है – ये भी आँकड़े हैं, भले ही इसमें सीधे संख्याएँ न हों, बल्कि नाम और तुलना हो।

» आँकड़ों का आलेखीय निरूपण: चित्रालेख

प्रश्न 5 (आसान). अगर एक सेब का चित्र 5 सेब दिखाता है, तो 20 सेब दिखाने के लिए कितने चित्र बनाने होंगे?
उत्तर – 4 चित्र

प्रश्न 6 (आसान). अगर एक फूल का चित्र 10 फूल दिखाता है और तुमने चित्रालेख में 3 फूल बनाए हैं, तो कुल कितने फूल दर्शाए गए?
उत्तर – 30 फूल

प्रश्न 7 (मध्यम). एक स्कूल में कक्षा 1 में 40 बच्चे, कक्षा 2 में 35 बच्चे और कक्षा 3 में 50 बच्चे हैं। अगर एक बच्चे का चित्र 10 बच्चों को दिखाता है, तो हर कक्षा के लिए कितने चित्र बनेंगे?
उत्तर – कक्षा 1: 4 चित्र, कक्षा 2: 3.5 चित्र (3 पूरे और 1 आधा), कक्षा 3: 5 चित्र

» आँकड़ों का आलेखीय निरूपण: दंड आलेख

प्रश्न 8 (आसान). दंड आलेख में दंडों की चौड़ाई कैसी होनी चाहिए?
उत्तर – एक समान

प्रश्न 9 (आसान). दंड आलेख में दंडों की ऊँचाई क्या दर्शाती है?
उत्तर – उस श्रेणी का मान या मात्रा

प्रश्न 10 (मध्यम). एक कक्षा में फुटबॉल पसंद करने वाले 30 छात्र, क्रिकेट पसंद करने वाले 40 छात्र और बैडमिंटन पसंद करने वाले 20 छात्र हैं। इन आँकड़ों के लिए दंड आलेख में किस खेल का दंड सबसे ऊँचा होगा?
उत्तर – क्रिकेट

प्रश्न 11 (कठिन). अगर एक दंड आलेख में 'अंडे' बेचने वाले 'राजेश' का दंड 'रमेश' से ऊँचा है, तो इसका क्या मतलब है?
उत्तर – इसका मतलब है कि राजेश ने रमेश से ज़्यादा अंडे बेचे।

» आँकड़ों का आलेखीय निरूपण: द्वि-दंड आलेख

प्रश्न 12 (आसान). द्वि-दंड आलेख का मुख्य उपयोग क्या है?
उत्तर – दो अलग-अलग आँकड़ों के समूहों की तुलना करने के लिए।

प्रश्न 13 (आसान). द्वि-दंड आलेख में दंडों की चौड़ाई कैसी होनी चाहिए?
उत्तर – समान होनी चाहिए।

प्रश्न 14 (मध्यम). एक दुकान ने जनवरी में 100 बल्ब और फरवरी में 120 बल्ब बेचे। अगले साल, जनवरी में 110 और फरवरी में 130 बेचे। क्या आप इसे द्वि-दंड आलेख से दिखा सकते हैं?
उत्तर – हाँ, दिखा सकते हैं। क्षैतिज अक्ष पर महीने (जनवरी, फरवरी) और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर बेचे गए बल्बों की संख्या। हर महीने के लिए पिछले साल और इस साल के दो दंड अगल-बगल होंगे।

प्रश्न 15 (कठिन). बताइए कि एक द्वि-दंड आलेख एक साधारण दंड आलेख से बेहतर क्यों है जब हम दो अलग-अलग चीज़ों की तुलना कर रहे हों?
उत्तर – क्योंकि द्वि-दंड आलेख में दोनों चीज़ों के आँकड़े एक ही स्थान पर अगल-बगल दिखाए जाते हैं, जिससे तुरंत देखकर तुलना करना बहुत आसान हो जाता है। साधारण दंड आलेख में हमें दो अलग-अलग ग्राफ देखने पड़ते।

» वृत्त आलेख या पाई चार्ट का परिचय

प्रश्न 16 (आसान). एक पाई चार्ट किसका संबंध दर्शाता है?
उत्तर – एक संपूर्ण और उसके भागों का संबंध।

प्रश्न 17 (आसान). पाई चार्ट में वृत्त के अंदर के टुकड़ों को क्या कहते हैं?
उत्तर – त्रिज्यखंड (Sectors)

प्रश्न 18 (मध्यम). अगर एक पाई चार्ट में एक त्रिज्यखंड पूरे वृत्त का 1/3 हिस्सा है, तो उसका केंद्रीय कोण कितना होगा?
उत्तर – 120°

प्रश्न 19 (कठिन). अगर एक दुकान की 40% बिक्री चॉकलेट से, 30% बिस्कुट से और बाकी कैंडी से होती है, तो कैंडी की बिक्री को दिखाने वाले त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – 108° (कैंडी = 30%, 30% का 360° = 108°)

» पाई चार्टों का खींचना: केंद्रीय कोण ज्ञात करना

प्रश्न 20 (आसान). एक कक्षा में 20 छात्र हैं. 10 को फुटबॉल पसंद है. फुटबॉल वाले हिस्से का केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – 180°

प्रश्न 21 (आसान). एक सर्वे में 100 लोगों से पूछा गया, 25 को चाय पसंद है. चाय वाले हिस्से का केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – 90°

प्रश्न 22 (मध्यम). एक दुकान पर 400 ग्राहक आए. 160 ने ब्रेड खरीदी, 120 ने बिस्कुट, 80 ने केक और बाकी ने पेस्ट्री. बिस्कुट वाले हिस्से का केंद्रीय कोण निकालो.
उत्तर – 108°

प्रश्न 23 (कठिन). एक परिवार का मासिक खर्च ₹30,000 है. भोजन पर ₹12,000, किराए पर ₹8,000, शिक्षा पर ₹6,000 और बाकी मनोरंजन पर खर्च होता है. मनोरंजन वाले हिस्से का केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – 48°

» पाई चार्ट बनाना

प्रश्न 24 (आसान). अगर एक हिस्से का केंद्रीय कोण 60 डिग्री है, तो पाई चार्ट में तुम उसे कैसे बनाओगे?
उत्तर – एक त्रिज्या खींचकर, प्रोटेक्टर से उस पर 60 डिग्री मापकर दूसरी त्रिज्या खींचेंगे।

प्रश्न 25 (आसान). अगर पाई चार्ट का कुल मान 100 है और एक भाग का मान 25 है, तो उसका केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – (25/100) * 360° = 90°

प्रश्न 26 (मध्यम). एक कक्षा में 20 बच्चे क्रिकेट, 10 बच्चे फुटबॉल और 10 बच्चे कबड्डी पसंद करते हैं। इन आँकड़ों का पाई चार्ट बनाने के लिए प्रत्येक खेल का केंद्रीय कोण क्या होगा?
उत्तर – कुल बच्चे = 40। क्रिकेट: (20/40)*360° = 180°; फुटबॉल: (10/40)*360° = 90°; कबड्डी: (10/40)*360° = 90°।

प्रश्न 27 (कठिन). एक दुकान में अलग-अलग रंगों की 72 गेंदें हैं: 40 लाल, 12 नीली, 9 हरी, 7 पीली और 4 गुलाबी। इसका पाई चार्ट बनाने के लिए प्रत्येक रंग का केंद्रीय कोण ज्ञात करें और बताएं कि पाई चार्ट बनाने के चरण क्या होंगे।
उत्तर – कुल गेंदें = 72। लाल: (40/72)*360° = 200°; नीली: (12/72)*360° = 60°; हरी: (9/72)*360° = 45°; पीली: (7/72)*360° = 35°; गुलाबी: (4/72)*360° = 20°। चरण वही होंगे जो हमने आज सीखे।

» संयोग (Chance) की अवधारणा

प्रश्न 28 (आसान). एक पासे को फेंकने पर विषम संख्या (odd number) आने का संयोग क्या है?
उत्तर – 1/2

प्रश्न 29 (आसान). एक पासे को फेंकने पर संख्या 7 आने का संयोग क्या है?
उत्तर – 0

प्रश्न 30 (मध्यम). एक बैग में 3 लाल गेंदें और 2 नीली गेंदें हैं। बिना देखे एक गेंद निकालने पर लाल गेंद आने का संयोग क्या है?
उत्तर – 3/5

प्रश्न 31 (कठिन). एक बॉक्स में 1 से 10 तक संख्या वाले कार्ड हैं। यदि एक कार्ड बिना देखे निकाला जाए, तो 5 से बड़ी सम संख्या आने का संयोग क्या है?
उत्तर – 2/10 या 1/5

» यादृच्छिक प्रयोग और परिणाम

प्रश्न 32 (आसान). जब एक सिक्के को उछाला जाता है, तो संभावित परिणाम क्या होते हैं?
उत्तर – चित या पट

प्रश्न 33 (आसान). क्या एक बच्चे का जन्म लेना एक यादृच्छिक प्रयोग है? (लिंग के संदर्भ में)
उत्तर – हाँ

प्रश्न 34 (मध्यम). अगर एक पासे को फेंका जाए, तो उसके 'विषम संख्या' आने के क्या परिणाम होंगे?
उत्तर – 1, 3, 5

प्रश्न 35 (कठिन). एक टोकरी में 4 सेब और 5 संतरे हैं। बिना देखे एक फल उठाया जाता है। इसके लिए यादृच्छिक प्रयोग और परिणाम क्या होंगे?
उत्तर – यह एक यादृच्छिक प्रयोग है। संभावित परिणाम 'सेब' या 'संतरा' हैं।

» सम संभावित परिणाम (Equally Likely Outcomes)

प्रश्न 36 (आसान). अगर एक सिक्के को उछाला जाए, तो चित्त (Heads) और पट (Tails) के परिणाम कैसे होंगे?
उत्तर – सम संभावित परिणाम

प्रश्न 37 (आसान). एक पासे को फेंकने पर क्या 1 और 6 आने की संभावना बराबर होती है?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 38 (मध्यम). एक थैले में 3 नीली गेंदें और 7 पीली गेंदें हैं। एक गेंद निकालने पर नीली या पीली गेंद आने के परिणाम सम संभावित होंगे या नहीं?
उत्तर – नहीं, क्योंकि पीली गेंदों की संख्या ज़्यादा है।

प्रश्न 39 (कठिन). क्या एक बच्चे के लड़का या लड़की होने के परिणाम सम संभावित होते हैं? हाँ या ना और क्यों?
उत्तर – हाँ, सामान्यतः लड़का और लड़की होने की संभावना लगभग बराबर मानी जाती है, इसलिए ये सम संभावित हैं।

» संयोग को प्रायिकता से जोड़ना

प्रश्न 40 (आसान). एक पासे को एक बार फेंकने पर सम संख्या (even number) आने की प्रायिकता क्या होगी?
उत्तर – 3/6 या 1/2

प्रश्न 41 (आसान). एक थैले में 3 हरी और 2 लाल गेंदे हैं। हरी गेंद निकालने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 3/5

प्रश्न 42 (मध्यम). एक लॉटरी में 100 टिकट बिके हैं और उनमें से 5 टिकटों पर इनाम है। इनाम जीतने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 5/100 या 1/20

प्रश्न 43 (कठिन). एक डिब्बे में 20 बल्ब हैं, जिनमें से 4 खराब हैं। एक बल्ब निकालने पर उसके खराब न होने की प्रायिकता क्या होगी?
उत्तर – 16/20 या 4/5

» घटनाएँ (Events) और प्रायिकता की गणना

प्रश्न 44 (आसान). एक पासा फेंकने पर 3 आने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 1/6

प्रश्न 45 (आसान). एक सिक्के को उछालने पर 'चित' आने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 1/2

प्रश्न 46 (मध्यम). एक टोकरी में 5 आम और 3 सेब हैं। एक फल निकालने पर वह सेब होगा, इसकी प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 3/8

प्रश्न 47 (कठिन). एक पासे को एक बार फेंकने पर एक विषम संख्या (odd number) आने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 3/6 या 1/2

» वास्तविक जीवन में संयोग और प्रायिकता का अनुप्रयोग

प्रश्न 48 (आसान). अगर किसी दिन मौसम विभाग 80% बारिश की संभावना बताता है, तो बारिश न होने की प्रायिकता क्या होगी?
उत्तर – 20%

प्रश्न 49 (आसान). एक दुकान में 50 बल्ब हैं, जिनमें से 5 खराब हैं। अगर तुम एक बल्ब उठाते हो, तो उसके खराब होने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 5/50 या 1/10

प्रश्न 50 (मध्यम). एक स्कूल में 200 छात्र हैं, जिनमें से 120 लड़कियों ने 'स्पोर्ट्स डे' में हिस्सा लिया। अगर एक छात्र को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है, तो उसके 'स्पोर्ट्स डे' में भाग लेने वाली लड़की होने की प्रायिकता क्या है?
उत्तर – 120/200 या 3/5

प्रश्न 51 (कठिन). एक कार कंपनी अपनी 1000 कारों की जाँच करती है और पाती है कि उनमें से 20 कारों में कुछ खराबी है। अगर तुम उस कंपनी से एक नई कार खरीदते हो, तो उसके खराब होने की प्रायिकता क्या है? और इसके आधार पर क्या तुम्हें लगता है कि तुम्हें उस कंपनी से कार खरीदनी चाहिए?

उत्तर – खराब होने की प्रायिकता = 20/1000 = 1/50। यह एक छोटी प्रायिकता है, लेकिन फिर भी निर्णय व्यक्ति पर निर्भर करता है।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. तुम्हारी कक्षा के 5 छात्रों की पसंदीदा मिठाइयाँ इस प्रकार हैं: मोहन-लड्डू, सीता-जलेबी, रवि-गुलाब जामुन, प्रिया-लड्डू, अनिल-बरफी। इसमें से आँकड़े क्या हैं?

› पहला चरण: हमें क्या जानकारी इकट्ठा करनी है? छात्रों की पसंदीदा मिठाई।

› दूसरा चरण: हमने हर छात्र से उसकी पसंदीदा मिठाई पूछी और उसे लिख लिया।

› तीसरा चरण: "लड्डू, जलेबी, गुलाब जामुन, लड्डू, बरफी" – यह सारी इकट्ठी की गई जानकारी ही हमारे आँकड़े हैं। इससे हमें पता चल सकता है कि कक्षा में सबसे ज़्यादा कौन-सी मिठाई पसंद की जाती है।

› चौथा चरण: छात्रों के नाम यहाँ 'किसके' बारे में जानकारी है, लेकिन असल आँकड़ा 'पसंदीदा मिठाई' है।

उत्तर – इस उदाहरण में छात्रों की पसंदीदा मिठाइयों की सूची ('लड्डू, जलेबी, गुलाब जामुन, लड्डू, बरफी') आँकड़े हैं।

उदाहरण 2. एक दुकान ने जनवरी में 30, फरवरी में 45 और मार्च में 20 किताबें बेचीं। इसे एक चित्रालेख से दिखाओ।

› सबसे पहले, हम तय करेंगे कि एक किताब का चित्र कितनी किताबें दिखाएगा। हम मान लेते हैं कि एक किताब का चित्र 10 किताबें दिखाता है (एक किताब का चित्र = 10 किताबें)।

› जनवरी में 30 किताबें बेचीं, तो 30 को 10 से भाग देंगे, मतलब 3 चित्र बनाएँगे।

› फरवरी में 45 किताबें बेचीं, तो 45 को 10 से भाग देंगे। ये तो 4.5 आया। तो हम 4 पूरे चित्र बनाएँगे और एक आधा चित्र बनाएंगे (आधा चित्र = 5 किताबें)।

› मार्च में 20 किताबें बेचीं, तो 20 को 10 से भाग देंगे, मतलब 2 चित्र बनाएँगे।

› फिर हम एक सारणी बनाएंगे और उसके आगे ये चित्र बनाएंगे।

उत्तर – जनवरी: (3 किताबें, जहाँ हर किताब 10 का प्रतिनिधित्व करती है)
फरवरी: half- (4 पूरी किताबें और एक आधी किताब)
मार्च: (2 किताबें)

उदाहरण 3. एक कक्षा में विद्यार्थियों की पसंदीदा मिठाइयाँ इस प्रकार हैं: लड्डू - 20, जलेबी - 15, बर्फी - 25, गुलाब जामुन - 10। इन आँकड़ों का दंड आलेख बनाइए।

› सबसे पहले, x-अक्ष (horizontal axis) पर मिठाइयों के नाम लिखेंगे: लड्डू, जलेबी, बर्फी, गुलाब जामुन।

› y-अक्ष (vertical axis) पर वद्यिार्थयिों की संख्या दखिाएंगे। हम एक पैमाना (scale) चुनेंगे, जैसे 1 इकाई = 5 विद्यार्थी।

› लड्डू के लिए, 20 विद्यार्थी हैं, तो y-अक्ष पर 20 तक ऊँचा एक दंड बनाएंगे।

› जलेबी के लिए, 15 विद्यार्थी हैं, तो 15 तक ऊँचा दंड बनाएंगे।

› बर्फी के लिए, 25 विद्यार्थी हैं, तो 25 तक ऊँचा दंड बनाएंगे।

› गुलाब जामुन के लिए, 10 विद्यार्थी हैं, तो 10 तक ऊँचा दंड बनाएंगे।

› सभी दंडों की चौड़ाई एक समान और उनके बीच की दूरी भी एक समान रखेंगे।

उत्तर – आलेख में चार अलग-अलग ऊँचाई के दंड होंगे, जो इन मिठाइयों की लोकप्रियता को दर्शाएंगे।

उदाहरण 4. एक स्कूल की कक्षा 8 के छात्रों ने दो विषयों, गणित और विज्ञान में अर्धवार्षिक और वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंक नीचे दिए गए हैं। इन्हें द्वि-दंड आलेख द्वारा दर्शाइए।

गणित: अर्धवार्षिक 60, वार्षिक 75

विज्ञान: अर्धवार्षिक 50, वार्षिक 70

› सबसे पहले, एक क्षैतिज अक्ष (x-axis) और एक ऊर्ध्वाधर अक्ष (y-axis) खींचेंगे।

› क्षैतिज अक्ष पर विषयों (गणित, विज्ञान) को दिखाएंगे।

› ऊर्ध्वाधर अक्ष पर अंकों को दिखाएंगे, जैसे 10-10 के अंतर पर (0, 10, 20...100)।

› गणित के लिए, अर्धवार्षिक परीक्षा के 60 अंक का एक दंड बनाएंगे और वार्षिक परीक्षा के 75 अंक का एक और दंड ठीक उसके बगल में बनाएंगे। दोनों दंडों को अलग-अलग रंगों से या पैटर्न से भरेंगे (जैसे, अर्धवार्षिक के लिए नीला, वार्षिक के लिए लाल)।

› इसी तरह, विज्ञान के लिए भी अर्धवार्षिक के 50 अंक का दंड और वार्षिक के 70 अंक का दंड अगल-बगल बनाएंगे, उन्हीं रंगों का उपयोग करते हुए।

› आलेख का शीर्षक लिखेंगे 'कक्षा 8 के छात्रों के गणित और विज्ञान के अंक' और 'Legend' में रंगों का मतलब बताएंगे।

उत्तर – ग्राफ में गणित के लिए 60 और 75 अंकों के दो दंड अगल-बगल दिखेंगे, और विज्ञान के लिए 50 और 70 अंकों के दो दंड अगल-बगल दिखेंगे। अलग-अलग रंगों से अर्धवार्षिक और वार्षिक अंकों की पहचान होगी।

उदाहरण 5. मान लीजिए एक क्लास में 20 बच्चे हैं। 10 बच्चों को क्रिकेट पसंद है, 5 को फुटबॉल और 5 को बैडमिंटन। इसे पाई चार्ट में कैसे दिखाएंगे?

› सबसे पहले हर खेल का कुल बच्चों में से अनुपात निकालेंगे: क्रिकेट = 10/20 = 1/2, फुटबॉल = 5/20 = 1/4, बैडमिंटन = 5/20 = 1/4।

› अब हर अनुपात को 360 डिग्री से गुणा करके केंद्रीय कोण निकालेंगे: क्रिकेट = (1/2) * 360° = 180°, फुटबॉल = (1/4) * 360° = 90°, बैडमिंटन = (1/4) * 360° = 90°।

› एक वृत्त बनाएंगे और उसके केंद्र से इन कोणों के अनुसार त्रिज्यखंड बनाएंगे। 180° का कोण आधे वृत्त को दिखाएगा, और 90°-90° के दो कोण बाकी आधे वृत्त को दो बराबर हिस्सों में बांटेंगे।

उत्तर – क्रिकेट के लिए 180° का त्रिज्यखंड, फुटबॉल के लिए 90° और बैडमिंटन के लिए 90° का त्रिज्यखंड।

उदाहरण 6. एक गाँव में 500 लोग रहते हैं. इसमें से 200 लोग हिंदी बोलते हैं, 150 लोग अंग्रेजी बोलते हैं, और 150 लोग कोई और भाषा बोलते हैं. इन आँकड़ों के लिए पाई चार्ट में 'हिंदी बोलने वाले' और 'अंग्रेजी बोलने वाले' लोगों के त्रिज्यखंडों के केंद्रीय कोण ज्ञात कीजिए.

› कुल लोग = 500

› हिंदी बोलने वाले = 200

› हिंदी बोलने वालों का केंद्रीय कोण = (200 / 500) × 360° = (2/5) × 360° = 144°

› अंग्रेजी बोलने वाले = 150

› अंग्रेजी बोलने वालों का केंद्रीय कोण = (150 / 500) × 360° = (3/10) × 360° = 108°

उत्तर – हिंदी बोलने वालों के लिए केंद्रीय कोण 144° और अंग्रेजी बोलने वालों के लिए 108° होगा.

उदाहरण 7. एक सर्वे में 360 लोगों ने अपनी पसंदीदा ऋतु बताई: ग्रीष्म-90, वर्षा-120, शीत-150। इसका पाई चार्ट बनाओ।

› पहला चरण: प्रत्येक ऋतु का केंद्रीय कोण ज्ञात करें।

› ग्रीष्म: (90/360) * 360° = 90°

› वर्षा: (120/360) * 360° = 120°

› शीत: (150/360) * 360° = 150°

› दूसरा चरण: एक वृत्त बनाएँ और केंद्र से एक त्रिज्या खींचे।

› तीसरा चरण: पहली त्रिज्या से 90° मापकर ग्रीष्म का त्रिज्यखंड बनाएँ।

› चौथा चरण: ग्रीष्म के त्रिज्यखंड की अंतिम रेखा से 120° मापकर वर्षा का त्रिज्यखंड बनाएँ।

› पांचवां चरण: वर्षा के त्रिज्यखंड की अंतिम रेखा से 150° मापकर शीत का त्रिज्यखंड बनाएँ। यह अंतिम रेखा पहली त्रिज्या से मिलनी चाहिए।

› छठा चरण: प्रत्येक त्रिज्यखंड में ऋतु का नाम (ग्रीष्म, वर्षा, शीत) लिखें।

उत्तर – पाई चार्ट में ग्रीष्म के लिए 90°, वर्षा के लिए 120°, और शीत के लिए 150° के त्रिज्यखंड दर्शाए जाएंगे।

उदाहरण 8. एक लूडो के पासे को एक बार फेंका गया। बताओ, एक सम संख्या (even number) आने का संयोग क्या है?

› सबसे पहले, देखो एक पासा फेंकने पर क्या-क्या आ सकता है: 1, 2, 3, 4, 5, 6। तो कुल 6 'संभावित परिणाम' हैं।

› अब हमें 'सम संख्या' चाहिए। सम संख्याएँ कौन-कौन सी हैं इनमें से? 2, 4, 6। तो, 'सम संख्या आने के अनुकूल परिणाम' 3 हुए।

› अब संयोग यानी प्रायिकता निकालने के लिए, 'अनुकूल परिणाम' को 'कुल संभावित परिणामों' से भाग दे दो।

› तो, 3/6 = 1/2।

› मतलब, एक सम संख्या आने का संयोग 1/2 है।

उत्तर – 1/2 या 50% संयोग है।

उदाहरण 9. एक थैले में 3 नीली और 2 लाल गेंदें हैं। थैले से बिना देखे एक गेंद निकाली जाती है। यह कैसा प्रयोग है और इसके संभावित परिणाम क्या हैं?

› पहला कदम: हमें यह देखना है कि क्या हम पहले से पक्का बता सकते हैं कि कौन सी गेंद निकलेगी। नहीं, हम पक्का नहीं बता सकते।

› दूसरा कदम: हमें यह पता है कि नीली या लाल गेंद ही निकलेगी, कोई और रंग की नहीं।

› तीसरा कदम: क्योंकि हम पहले से पक्का नहीं बता सकते लेकिन सभी संभावित नतीजे पता हैं, तो यह एक यादृच्छिक प्रयोग है।

› चौथा कदम: इस प्रयोग के संभावित परिणाम हैं - नीली गेंद निकलना या लाल गेंद निकलना।

उत्तर – यह एक यादृच्छिक प्रयोग है, और इसके संभावित परिणाम 'नीली गेंद' या 'लाल गेंद' हैं।

उदाहरण 10. एक थैले में 5 हरी और 5 लाल गेंदें हैं। बिना देखे एक गेंद निकालने पर हरी या लाल गेंद निकलने के परिणामों को क्या हम 'सम संभावित परिणाम' कह सकते हैं?

› पहला कदम: कुल परिणाम गिनो। कुल 5 हरी + 5 लाल = 10 गेंदें हैं।

› दूसरा कदम: हरी गेंद निकलने के परिणामों की संख्या देखो। ये 5 हैं।

› तीसरा कदम: लाल गेंद निकलने के परिणामों की संख्या देखो। ये भी 5 हैं।

› चौथा कदम: क्योंकि हरी गेंद निकलने की संभावना और लाल गेंद निकलने की संभावना (दोनों 5/10 या 1/2) बराबर हैं, तो ये परिणाम सम संभावित हैं।

उत्तर – हाँ, हरी या लाल गेंद निकलने के परिणाम 'सम संभावित परिणाम' हैं।

उदाहरण 11. एक पासे को एक बार फेंका गया। '4' अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

› पहला कदम: पासा फेंकने पर कुल संभावित परिणाम क्या हो सकते हैं? पासे पर 1, 2, 3, 4, 5, 6 अंक होते हैं। तो कुल संभावित परिणाम = 6।

› दूसरा कदम: हम क्या चाहते हैं? हम '4' अंक चाहते हैं। तो '4' अंक आने का अनुकूल परिणाम क्या है? सिर्फ 1 बार (क्योंकि 4 एक ही बार आता है)।

› तीसरा कदम: अब प्रायिकता के सूत्र में ये मान रख देंगे। प्रायिकता = (अनुकूल परिणामों की संख्या) / (कुल संभावित परिणामों की संख्या) = 1/6।

उत्तर – '4' अंक आने की प्रायिकता 1/6 है।

उदाहरण 12. एक थैले में 3 हरी और 2 लाल गेंदे हैं। बिना देखे एक गेंद निकालने पर लाल गेंद निकलने की प्रायिकता क्या होगी?

› सबसे पहले, कुल संभावित परिणाम कितने हैं? थैले में 3 हरी + 2 लाल = 5 गेंदे हैं। तो, कुल संभावित परिणाम = 5।

› अब, हम कौन सी घटना चाहते हैं? हम चाहते हैं कि लाल गेंद निकले। थैले में कितनी लाल गेंदे हैं? 2 लाल गेंदे हैं। तो, अनुकूल परिणामों की संख्या = 2।

› प्रायिकता का सूत्र लगाएंगे: P(लाल गेंद) = (अनुकूल परिणामों की संख्या) / (कुल संभावित परिणाम)

› P(लाल गेंद) = 2 / 5

उत्तर – लाल गेंद निकलने की प्रायिकता 2/5 होगी।

उदाहरण 13. मान लीजिए एक शहर में चुनाव से पहले 1000 लोगों का सर्वे किया गया। इसमें से 600 लोगों ने पार्टी 'A' को वोट देने की बात कही। तो, 'exit poll' के अनुसार पार्टी 'A' के चुनाव जीतने की प्रायिकता क्या है?

› स्टेप 1: कुल लोगों की संख्या (Total number of people surveyed) = 1000
› स्टेप 2: पार्टी 'A' को पसंद करने वालों की संख्या (Number of people favouring Party 'A') = 600
› स्टेप 3: प्रायिकता का सूत्र लगाएँ: पसंदीदा परिणाम / कुल परिणाम
› स्टेप 4: प्रायिकता = 600 / 1000
› स्टेप 5: इसे सरल करें: 6/10 = 3/5

उत्तर – तो, 'exit poll' के अनुसार पार्टी 'A' के चुनाव जीतने की प्रायिकता 3/5 या 60% है।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• चित्रालेख बनाते समय, यह स्पष्ट रूप से लिखें कि एक चित्र कितने मान को दर्शाता है, इसे 'स्केल' कहते हैं। यह बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर पूछा जाता है।

• बोर्ड परीक्षा में, दंड आलेख बनाने और उसे पढ़कर सवालों के जवाब देने वाले प्रश्न अक्सर आते हैं। पैमाना (scale) सही चुनना और दंडों की चौड़ाई व दूरी का ध्यान रखना बहुत ज़रूरी है, इससे पूरे नंबर मिल सकते हैं।

• द्वि-दंड आलेख बनाते समय दंडों की चौड़ाई और उनके बीच की दूरी हमेशा समान रखें। लेजेंड (legend) यानी संकेत ज़रूर बनाएं ताकि पता चले कि कौन सा रंग या पैटर्न किस समूह को दर्शाता है। यह बोर्ड परीक्षा में नंबर दिलाने में मदद करता है।

• पाई चार्ट से संबंधित प्रश्नों में, केंद्रीय कोण निकालना और विभिन्न भागों को प्रतिशत या भिन्न में बदलना बहुत महत्वपूर्ण होता है। ध्यान रहे कि सभी कोणों का योग 360° होना चाहिए।

• यह सवाल बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर आता है, खासकर बड़े अंकों वाले प्रश्नों में, जहाँ आपको पहले केंद्रीय कोण निकालने होते हैं और फिर पाई चार्ट बनाना होता है. सारणी बनाकर काम करना सबसे अच्छा तरीका है.

• केंद्रीय कोण सही निकालना और प्रोटेक्टर से उन्हें ठीक से बनाना – इन दो बातों पर बोर्ड परीक्षा में पूरे नंबर मिलते हैं, तो इनकी खूब प्रैक्टिस करना।

• प्रायिकता के सवालों में, 'अनुकूल परिणामों की संख्या' और 'कुल संभावित परिणामों की संख्या' को ठीक से पहचानना सीखो।

• यादृच्छिक प्रयोग और उसके संभावित परिणामों को पहचानना अक्सर छोटे नंबर के सवालों में आता है, खासकर एक पासा फेंकने या सिक्का उछालने वाले उदाहरणों में।

• सम संभावित परिणामों के उदाहरणों को अच्छे से समझ लो, क्योंकि परीक्षा में सीधे उदाहरण देकर पूछा जा सकता है कि क्या ये 'सम संभावित' हैं या नहीं।

• बोर्ड परीक्षा में प्रायिकता के सवाल सीधे सूत्र पर आधारित होते हैं, इसलिए सूत्र और अनुकूल/कुल परिणामों को सही से पहचानना सबसे महत्वपूर्ण है।

• प्रायिकता से जुड़े सवाल बोर्ड परीक्षा में ज़रूर आते हैं, खासकर थैले में गेंदों वाले। ध्यान से पढ़ो!

• वास्तविक जीवन के उदाहरणों पर आधारित प्रायिकता के प्रश्न अक्सर बोर्ड परीक्षा में आते हैं। उदाहरणों को ध्यान से समझना और सूत्र सही लगाना ज़रूरी है।

एक नज़र में रिवीज़न

› आँकड़े (Data): किसी उद्देश्य से एकत्रित जानकारी/सूचना।
› चित्रालेख: आँकड़े चित्रों से दिखाना, हर चित्र निश्चित मान दर्शाता है।

› दंड आलेख: समान चौड़ाई के दंड, ऊँचाई मान के समानुपाती, समान दूरी।
› द्वि-दंड आलेख: दो समूहों के आँकड़ों की तुलना के लिए अगल-बगल दंड।
› वृत्त आलेख: संपूर्ण और भागों का संबंध, त्रिज्यखंड (Sectors), केंद्रीय कोण।
› केंद्रीय कोण = (भाग/कुल) × 360°
› वृत्त, केंद्र, त्रिज्या, प्रोटेक्टर, कोण मापकर पाई चार्ट बनाना।
› संयोग = घटना के होने की संभावना; सम-संभावित परिणाम = समान संयोग
› यादृच्छिक प्रयोग: परिणाम अनिश्चित, पर संभावित नतीजे ज्ञात। परिणाम: प्रयोग के संभावित नतीजे।
› सम संभावित परिणाम: हर परिणाम की संभावना बराबर।
› प्रायिकता = अनुकूल परिणाम / कुल संभावित परिणाम।
› घटना = प्रयोग का परिणाम। प्रायिकता = (अनुकूल परिणाम) / (कुल परिणाम)।
› प्रायिकता का उपयोग मौसम, चुनाव, गुणवत्ता जांच जैसे वास्तविक जीवन में होता है।